

CARLO RICOTTA (*) - MICHELA MARIGNANI (*)
MARIA LAURA CARRANZA (**) - MARCO MARCHETTI (**)

MISURE DI INCERTEZZA PER CLASSIFICAZIONI SFUMATE: ALCUNE IDEE PER LA QUANTIFICAZIONE

FDC 587.2

I tradizionali algoritmi di classificazione di immagini telerilevate definiscono in modo univoco l'attribuzione dei singoli pixel alle diverse classi di copertura del suolo; il risultato della classificazione è quindi rappresentato da un'immagine del tipo un-pixel-una-classe. Tuttavia, essendo il pixel un'unità spaziale arbitraria in termini di dimensione, forma e posizionamento geografico, esso contiene spesso più di una classe di copertura del suolo. Un algoritmo di classificazione rigida imporrà ai pixel misti un'appartenenza univoca ad una singola classe, mentre le informazioni riguardo alle classi meno abbondanti andranno inevitabilmente perse. Esiste quindi la necessità di impiegare metodi di classificazione più avanzati di tipo sfumato o «fuzzy» che ammettano l'appartenenza di ciascun pixel a più di una classe di copertura secondo diversi gradi di appartenenza o compatibilità compresi in un intervallo [0, 1]. Una classificazione fuzzy, produce quindi una serie di livelli tematici corrispondenti al numero di classi di copertura del suolo selezionate per la classificazione. Ciascun livello descrive il grado di appartenenza dei singoli pixel alla classe rappresentata. In quest'ottica, assume particolare importanza la possibilità di valutare il grado di incertezza nell'assegnazione dei diversi pixel alle varie classi di copertura del suolo. Questo lavoro si propone di introdurre un indice di specificità che consenta di quantificare il grado di incertezza nell'attribuzione dei singoli pixel ad una determinata classe di copertura del suolo.

1. INTRODUZIONE

Il crescente interesse verso la gestione forestale sostenibile ha stimolato lo sviluppo e l'integrazione di diverse metodologie per la realizzazione di inventari forestali multirisorse (CIANCIO *et al.*, 1999; CORONA e MARCHETTI, 2000). In quest'ottica, il telerilevamento satellitare si è ormai largamente

(*) Dipartimento di Biologia Vegetale, Università di Roma «La Sapienza».
(**) Dipartimento di Scienze dell'Ambiente, Università del Molise, Isernia.

affermato come efficace strumento di monitoraggio della dinamica del mosaico ambientale.

Al fine di produrre carte tematiche derivate da immagini telerilevate, gli algoritmi di classificazione più diffusi definiscono in modo univoco l'attribuzione dei singoli pixel alle diverse classi di copertura del suolo, escludendo la possibilità che un pixel possa appartenere contemporaneamente a più di una classe. Il risultato finale della classificazione è quindi rappresentato da un'immagine del tipo un-pixel-una-classe (WANG, 1990). Questo approccio di tipo mutuamente escludente impone i) che i pixel di un'immagine digitale siano sempre attribuibili ad una ed una sola classe di copertura, e ii) che le classi di copertura del suolo selezionate in fase di classificazione siano caratterizzate da una risposta spettrale univoca.

Entrambi gli assunti, benché alla base di qualsiasi algoritmo di classificazione di tipo rigido o «crisp», descrivono tuttavia situazioni limite difficilmente riscontrabili in natura (FISHER e PATHIRANA, 1990). In realtà, un pixel è un'unità spaziale arbitraria in termini di dimensione, forma e posizionamento geografico (FISHER, 1997). Di conseguenza, un singolo pixel contiene spesso più di una classe di copertura del suolo. Un algoritmo di classificazione rigida imporrà ai pixel misti un'appartenenza univoca ad una singola classe di copertura del suolo, in genere la più abbondante, mentre le informazioni riguardo alle classi meno abbondanti andranno inevitabilmente perse (WANG, 1990; WOODCOCK *et al.*, 1996).

Esiste quindi la necessità di impiegare metodi di classificazione più avanzati che consentano di quantificare il grado di multiappartenenza di ciascun pixel alle classi tematiche selezionate. In quest'ottica, la teoria degli insiemi sfumati o «fuzzy set» ammette in maniera esplicita che ciascun pixel possa appartenere simultaneamente a più di una classe. Il concetto di fuzzy set è stato introdotto da ZADEH (1965) per descrivere i sistemi complessi ed imprecisi. Il principio alla base degli insiemi sfumati è che ciascun elemento (pixel) può afferire contemporaneamente a più di un set (classe di copertura del suolo), secondo diversi gradi di appartenenza o compatibilità compresi tra 0 (compatibilità nulla) ed 1 (compatibilità totale). Una classificazione di tipo sfumato, o fuzzy, produce quindi una serie di livelli di output corrispondenti al numero di classi di copertura del suolo prese in esame. Ciascun livello rappresenta il grado di appartenenza dei singoli pixel classificati alla classe rappresentata.

Si noti che il grado di appartenenza dei diversi pixel ad una data classe di copertura del suolo può essere ottenuto impiegando vari metodi; tra i più comuni ricordiamo l'impiego di classificazioni di tipo sfumato, come la classificazione non gerarchica «fuzzy c-means» (PODANI, 2000) e l'impiego delle probabilità «a posteriori» di una classificazione probabilistica di mas-

sima verosimiglianza (FOODY *et al.*, 1992). Altri metodi più sofisticati si basano sull'impiego di reti neurali (FOODY, 1996) o sul computo di un indice di somiglianza tra ciascun pixel ed il baricentro delle diverse classi di copertura del suolo (FEOLI e ZUCCARELLO, 1988).

Nel caso delle classificazioni di massima verosimiglianza e fuzzy c-means, detto μ_{kj} il grado di appartenenza del k-esimo pixel alla j-esima classe di copertura del suolo ($j = 1, 2, \dots, N$), si avrà:

$$\sum_{k=1}^N \mu_{kj} = 1 \quad (1)$$

Questa proprietà consente una completa analogia formale tra la distribuzione dei livelli di compatibilità $\mu_k = (\mu_{k1}, \mu_{k2}, \dots, \mu_{kN})$ del k-esimo pixel alle N classi di copertura del suolo ed una più comune distribuzione di probabilità (BEZDEK, 1981). Più in generale si avrà:

$$0 \leq \sum_{k=1}^N \mu_{kj} \leq N \quad (2)$$

In questo caso, l'Equazione (2) assume che le classi di copertura del suolo impiegate per la classificazione non siano né esaustive, né mutuamente escludenti.

I principi fondamentali degli insiemi sfumati sono stati descritti in dettaglio da numerosi autori (ZADEH, 1965; DUBOIS e PRADE, 1988; KLIR e SMITH, 1999) ai quali si rimanda per una trattazione più esaustiva. Scopo di questo lavoro è piuttosto quello di introdurre un indice di specificità che, in seguito ad una classificazione di tipo fuzzy, consenta di misurare il grado di incertezza nell'attribuzione dei singoli pixel ad una determinata classe di copertura del suolo.

2. SUL GRADO DI INCERTEZZA DI UNA CLASSIFICAZIONE FUZZY

Date N classi di copertura del suolo, le classificazioni di tipo fuzzy producono N livelli informativi, che rappresentano per ciascun pixel il grado di appartenenza μ_{kj} alla j-esima classe. Di conseguenza, un problema che si presenta lavorando con un set multivariato, quale il prodotto di una classificazione fuzzy, riguarda la misura del grado di incertezza nell'assegnazione dei diversi pixel alle classi di copertura, specialmente se i pixel mostrano valori μ_{kj} simili per più di una classe. Infatti, tanto più simili saranno i gradi di appartenenza μ_{kj} di un pixel alle diverse classi di copertura del suolo, tanto maggiore sarà l'incertezza nella categorizzazione del pixel stesso (BURROUGH *et al.*, 1997).

A sua volta, l'informazione sul grado di incertezza relativo all'assegnazione dei singoli pixel alle diverse classi di copertura del suolo può essere impiegata sia per valutare il grado di accuratezza della classificazione stessa (MASELLI *et al.*, 1994; FOODY, 1996), sia successivamente per rappresentare l'incertezza associata all'elaborazione post-classificazione delle immagini categorizzate in ambiente GIS (HARRIS, 1985; WANG e HALL, 1996).

In letteratura sono stati proposti numerosi indici per quantificare il grado di incertezza legato all'impiego di classificatori di tipo fuzzy (vedi ZHANG e KIRBY, 1999). Tuttavia, la maggior parte degli indici proposti (FINN, 1993; MASELLI *et al.*, 1994; FOODY, 1996; RICOTTA e AVENA, 2002) si fondano sul presupposto che i gradi di appartenenza di un dato pixel alle diverse classi tematiche siano distribuiti secondo l'Equazione (1).

In questo caso, l'incertezza associata ad una distribuzione di probabilità $p_k = (p_{k1}, p_{k2}, \dots, p_{kN})$, dove p_{kj} ($j = 1, 2, \dots, N$) corrisponde alla probabilità che il k -esimo pixel appartenga alla j -esima classe, con $0 \leq p_{kj} \leq 1$ e $\sum_{j=1}^N p_{kj} = 1$, è genericamente espressa dall'entropia di SHANNON (1948) $H = -\sum_{j=1}^N p_{kj} \log p_{kj}$. Tuttavia, poiché, per quanto riguarda gli insiemi sfumati, i gradi di appartenenza dei singoli pixel alle diverse classi di copertura del suolo non sono necessariamente distribuiti secondo un vettore di probabilità, l'entropia di Shannon non rappresenta di norma uno strumento adatto ad esprimere l'incertezza associata ad una classificazione di tipo fuzzy.

Per ovviare a questo inconveniente, BURROUGH *et al.* (1997) hanno proposto un indice di confusione (CI):

$$CI = 1 - (\mu_{k \max} - \mu_{k \max-1}) \quad (3)$$

Dove $\mu_{k \max}$ rappresenta il grado di appartenenza di un dato pixel alla classe con il maggior livello di compatibilità e $\mu_{k \max-1}$ rappresenta il livello di compatibilità immediatamente successivo per il medesimo pixel. Se il grado di appartenenza di un dato pixel ad una determinata classe di copertura del suolo risulta dominante rispetto agli altri, la confusione nell'assegnazione del pixel è minima e dunque $CI \rightarrow 0$. Se, al contrario, per un pixel misto, i gradi di appartenenza alle diverse classi sono uniformemente distribuiti l'incertezza è massima e $CI = 1$.

Il principale svantaggio della proposta di BURROUGH *et al.* (1997) è che l'indice di confusione CI non considera i gradi di appartenenza inferiori a $\mu_{k \max-1}$, focalizzando l'attenzione unicamente sulle due classi a più elevato grado di compatibilità. Da questa breve rassegna emerge dunque la necessità di introdurre misure di incertezza più esaustive del semplice indice di confusione.

Il concetto di specificità fu introdotto da YAGER (1982) per quantifica-

re il grado di certezza associato ad un insieme fuzzy. Tuttavia, gli indici di specificità possono essere utilmente impiegati anche per misurare il grado di certezza nell'attribuzione dei singoli pixel ad una determinata classe di copertura del suolo. Secondo YAGER (1982), dato un vettore $\mu_k = (\mu_{k1}, \mu_{k2}, \dots, \mu_{kN})$ finito ed ordinato, tale che $\mu_{k1} \geq \mu_{k2} \geq \dots \geq \mu_{kN}$, una misura di specificità SP associata alla distribuzione di compatibilità μ_k deve soddisfare le seguenti condizioni:

- i) $0 \leq SP(\mu_k) \leq 1$
- ii) $SP(\mu_k) = 1$ se e solo se $\mu_{kj} = 1; \mu_{ki} = 0, i \neq j$
- iii) per ogni coppia di vettori $\mu_k = (\mu_{k1}, \mu_{k2}, \dots, \mu_{kN}), \mu_m = (\mu_{m1}, \mu_{m2}, \dots, \mu_{mN})$, se $\mu_{kj} \leq \mu_{mj}$ per ogni $j = 1, 2, \dots, N$, allora $SP(\mu_m) \leq SP(\mu_k)$.

La condizione ii) indica che la massima specificità ($SP = 1$) si ottiene quando un pixel è assegnato in maniera univoca e senza ambiguità ad una ed una sola classe di copertura del suolo con un grado di appartenenza $\mu_{kj} = 1$. La condizione iii) indica che, per un vettore normale μ_k (vale a dire, un vettore che contenga almeno una classe caratterizzata da un grado di appartenenza $\mu_{kj} = 1$), la specificità diminuisce all'aumentare del grado di appartenenza delle classi con $\mu_{kj} < 1$.

Secondo YAGER (1982, 1992), in base alle condizioni i) – iii), la specificità di un vettore μ_k non nullo, finito ed ordinato, può essere quantificata secondo l'espressione:

$$SP(\mu_k) = \sum_{j=1}^N \frac{1}{j} (\mu_{kj} - \mu_{kj+1}) \quad (4)$$

dove per convenzione $\mu_{kN+1} = 0$.

3. MATERIALI E PROTOCOLLO D'INDAGINE

Per illustrare in concreto il calcolo della specificità per mezzo dell'Equazione (4), viene fornito un esempio relativo alla classificazione automatica di un'immagine Landsat 5 del 21 luglio 1990 nell'ambito di un progetto di analisi dei cambiamenti del paesaggio vegetale appenninico nel Secondo Dopoguerra, volto a monitorare la riconquista delle terre abbandonate da parte della vegetazione arborea in seguito all'esodo dai territori montani.

L'area campione comprende l'alta valle dell'Aniene nei Monti Simbruini (FR), per un'estensione di circa 132 km². Il paesaggio forestale è costituito prevalentemente da faggete, quercu-ostrieti e cerrete. Per classificare l'immagine Landsat sono state individuate, con l'ausilio di foto aeree e di

controlli a terra in aree che non abbiano subito variazioni d'uso nell'arco degli ultimi quindici anni, una serie di aree campione omogenee rappresentative delle seguenti fisionomie vegetazionali naturali e seminaturali: faggete, cerrete miste, quercu-ostrieti, praterie, arbusteti e rimboschimenti di conifere.

Per ciascuna classe vegetazionale così individuata sono stati calcolati i valori medi relativi alle sei bande riflettive Landsat TM1-5 e TM7. Successivamente, l'immagine è stata classificata attribuendo i singoli pixel alla classe che massimizzava il valore dell'indice di somiglianza di Bray-Curtis $2\sum_{TM} \min(x_{TM}, y_{TM}) / \sum_{TM} (x_{TM} + y_{TM})$ tra i valori di riflettanza di ciascun pixel (x_{TM}) e i valori medi delle aree test (y_{TM}).

In tabella 1 sono riportati i valori medi delle sei bande riflettive Landsat TM1-5 e TM7 relativi alle fisionomie vegetazionali individuate, unitamente ai valori di riflettanza di tre pixel campione impiegati per esemplificare il calcolo dei corrispondenti valori di specificità. In tabella 2 sono riportati i valori di somiglianza dei pixel campione con ciascuna fisionomia vegetazionale. Come si evince da entrambe le tabelle, le firme spettrali medie delle diverse tipologie vegetazionali selezionate sono molto simili tra loro. Di conseguenza, i corrispondenti valori di somiglianza con i pixel campione risultano tutti prossimi all'unità, a dimostrazione dell'elevata incertezza insita nelle procedure automatizzate di classificazione di immagini satellitari.

Tabella 1 – Valori medi delle sei bande riflettive Landsat TM1-5 e TM7 relativi alle fisionomie vegetazionali individuate unitamente ai valori di riflettanza di tre pixel campione impiegati per esemplificare il calcolo dei corrispondenti valori di specificità.

Classi vegetazionali di riferimento	Bande riflettive Landsat 5					
	TM1	TM2	TM3	TM4	TM5	TM7
Faggete	54.91	21.73	17.08	116.78	76.60	21.64
Cerrete	61.89	24.56	19.67	111.43	77.32	22.47
Quercu-ostrieti	57.42	23.45	18.68	97.33	71.91	20.99
Praterie	76.13	37.19	43.05	77.92	111.27	49.95
Arbusteti	62.16	25.89	23.49	83.29	82.42	27.57
Rimboschimenti	51.54	20.02	16.56	68.94	38.42	12.19
Pixel campione	TM1	TM2	TM3	TM4	TM5	TM7
P1	56.45	23.45	18.83	97.23	71.94	21.27
P2	72.83	34.64	41.00	71.23	86.08	43.91
P3	55.06	21.68	18.05	74.44	41.84	13.57

A partire dai valori di somiglianza di tabella 2 è dunque possibile calcolare per ciascun pixel un valore di specificità che quantifichi il grado di incertezza relativo all'assegnazione dei singoli pixel alle diverse classi di copertura del suolo. Ad esempio, dato il vettore dei valori di somiglianza ottenuti per il secondo pixel campione $\mu_2 = (0.94, 0.89, 0.83, 0.82, 0.80, 0.75)$, la specificità associata alla distribuzione di compatibilità μ_2 sarà data da: $SP(\mu_2) = (0.94 - 0.89) + 1/2 (0.89 - 0.83) + 1/3 (0.83 - 0.82) + 1/4 (0.82 - 0.80) + 1/5 (0.80 - 0.75) + 1/6 (0.75) = 0.223$. Ugualmente, $SP(\mu_1) = 0.221$ e $SP(\mu_3) = 0.248$.

Tabella 2 – Valori dell'indice di somiglianza di Bray-Curtis dei tre pixel campione con ciascuna fisionomia vegetazionale impiegata per la classificazione automatica.

Classi vegetazionali di riferimento	Pixel campione		
	P1	P2	P3
Faggete	0.95	0.80	0.84
Cerrete	0.95	0.83	0.83
Quercu-ostrieti	1.00	0.82	0.87
Praterie	0.79	0.94	0.72
Arbusteti	0.93	0.89	0.85
Rimboschimenti	0.84	0.75	0.96

4. DISCUSSIONE E CONCLUSIONI

Il concetto di specificità formalizzato in base all'Equazione (4) può essere a sua volta impiegato per definire una misura di incertezza o non-specificità, NSP (YAGER, 1982):

$$NSP(\mu_k) = 1 - SP(\mu_k) \quad (5)$$

Per un vettore normale, la specificità assume il valore minimo $SP = 1/N$ ($NSP = 1 - 1/N$) se e solo se $\mu_{kj} = 1$, per ogni $j = 1, 2, \dots, N$. In questo caso, tutte le classi di copertura del suolo soddisfano completamente il criterio di classificazione e l'affermazione: «il k-esimo pixel è totalmente compatibile con la j-esima classe» è ugualmente verificata per ciascuna classe.

Ugualmente, per un vettore μ_k , con $\mu_{k \max} = \alpha$ ($0 \leq \alpha \leq 1$), la specificità $SP(\mu_k)$ assume il valore minimo $SP = \alpha/N$ quando il grado di appartenenza $\mu_{kj} = \alpha$, per ogni $j = 1, 2, \dots, N$. Si noti che, al limite, per $\alpha \rightarrow 0$, il valore minimo α/N tende a zero. Il caso limite indica che quando nessuna delle classi di copertura del suolo prese in esame soddisfa il criterio di classificazione adottato, la specificità è nulla. Al contrario, secondo il criterio ii), la non-specificità è minima ($NSP = 0$) nel caso in cui un dato pixel venga

assegnato in maniera univoca ad una determinata classe di copertura del suolo. È importante notare che quest'ultimo caso corrisponde alle condizioni di una classificazione non sfumata del tipo un-pixel-una-classe.

Per concludere, possiamo affermare che la specificità/non-specificità misura il grado di incertezza associato al vettore $\mu_k = (\mu_{k1}, \mu_{k2}, \dots, \mu_{kN})$. Nell'ambito delle classificazioni di tipo probabilistico, quali ad esempio, la classificazione di massima verosimiglianza, l'entropia di Shannon è comunemente impiegata per misurare l'incertezza associata alla distribuzione di probabilità $p_k = (p_{k1}, p_{k2}, \dots, p_{kN})$ di un dato pixel. Il concetto di specificità può essere impiegato in maniera analoga nell'ambito delle classificazioni di tipo fuzzy.

È tuttavia importante notare come tra una distribuzione di probabilità $p_k = (p_{k1}, p_{k2}, \dots, p_{kN})$ ed una distribuzione di compatibilità $\mu_k = (\mu_{k1}, \mu_{k2}, \dots, \mu_{kN})$ esista una distinzione fondamentale: per una distribuzione di probabilità deve essere soddisfatta la condizione $\sum_{j=1}^N p_{kj} = 1$, mentre per una distribuzione di compatibilità tale condizione non è richiesta.

Alcuni autori, tra i quali DUBOIS e PRADE (1988) e KLIR e SMITH (1999), sostengono che la condizione equivalente per una classificazione di tipo fuzzy si ottiene imponendo che il vettore μ_k sia normale. Imponendo tale condizione, la minima specificità $SP = 0$ si ottiene se tutte le classi di copertura del suolo sono pienamente compatibili con il pixel indagato.

SUMMARY

Measuring uncertainty in fuzzy classifications: some ideas for quantification

In remote sensing-derived thematic maps, information is traditionally represented in a one-cell one-class method, which assumes each cell in the map can be assigned unambiguously to a single class. However, as a pixel is an arbitrary spatial unit in terms of size, shape and location on the ground, individual pixels often contain more than one thematic map class. Despite being composed of more than one class, a conventional crisp classification will force the allocation of mixed pixels to one class while the additional information concerning residual class membership is lost. Therefore, more general classification approaches are required that allow for partial and multiple class membership. The substitution of fuzzy set theory for traditional crisp set theory explicitly acknowledges that a thematic map cell may partially belong to a class and simultaneously belong to more than one class with variable degrees of class membership expressed on a scale of [0, 1]. In the case of fuzzy classifications, the classification output is composed of multiple layers representing for each pixel the corresponding degrees of class membership as opposed to one single layer of data of conventional crisp partitions. A problem with multiple maps, is how to measure the degree of uncertainty in categorical labelling of thematic map locations. In this paper, we suggest that a classical measure of specificity/non-specificity may be used to adequately summarize the uncertainty in categorical labeling of thematic map pixels.

BIBLIOGRAFIA

- BEZDEK J.C., 1981 – *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms*. Plenum Press, New York.
- BURROUGH P.A., VAN GAANS P.F.M., HOOSTMANS R., 1997 – *Continuous classification in soil survey: spatial correlation, confusion and boundaries*. *Geoderma*, 77: 115-135.
- CIANCIO O., CORONA P., IOVINO F., MENGUZZATO G., SCOTTI R., 1999 – *Forest management on a natural basis: the fundamentals and case studies*. *Journal of Sustainable Forestry* 9: 59-72.
- CORONA P., MARCHETTI M., 2000 – *Towards an effective integration of forest inventories and natural resources surveys: the Italian perspective*. In: Hansen M., Burk T. (Eds.), *Integrated Tools For Natural Resources Inventories in the 21st. Century*, USDA, Forest Service, North Central Research Station GTR, NC-212, pp. 28-34.
- DUBOIS D., PRADE H., 1988 – *Possibility Theory: an Approach to Computerized Processing of Uncertainty*. Plenum Press, New York.
- FEOLI E., ZUCCARELLO V., 1988 – *Syntaxonomy: a source of useful fuzzy sets for environmental analysis?* *Coenoses*, 3: 141-147.
- FINN J.T., 1993 – *Use of the average mutual information index in evaluating classification error and consistency*. *International Journal of Geographical Information Systems*, 7: 349-366.
- FISHER P.F., 1997 – *The pixel: a snare and a delusion*. *International Journal of Remote Sensing*, 18: 679-685.
- FISHER P.F., PATHIRANA S., 1990 – *The evaluation of fuzzy membership of land cover classes in the suburban zone*. *Remote Sensing of Environment*, 34: 121-132.
- FOODY G.M., CAMPBELL N.A., TRODD N.M., WOOD T.F., 1992 – *Derivation and applications of probabilistic measures of class membership from the maximum-likelihood classification*. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 58: 1335-1341.
- FOODY G.M., 1996 – *Approaches for the production and evaluation of fuzzy land cover classifications from remotely sensed data*. *International Journal of Remote Sensing*, 17: 1317-1340.
- HARRIS R., 1985 – *Contextual classification post-processing of Landsat data using a probabilistic relaxation model*. *International Journal of Remote Sensing*, 6: 847-866.
- KLIR G.J., SMITH R.M., 1999 – *Recent developments in generalized information theory*. *International Journal of Fuzzy Systems*, 1: 1-13.
- MASELLI F., CONESE C., PETKOV L., 1994 – *Use of probability entropy for the estimation and graphical representation of the accuracy of maximum likelihood classifications*. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 49: 13-20.
- PODANI J., 2000 – *Introduction to the Exploration of Multivariate Biological Data*. Backhuys Publishers, Leiden NL.

- RICOTTA C., AVENA G.C., 2002 – *Evaluating the degree of fuzziness of thematic maps with Rényi generalized entropy function: a methodological outlook*. International Journal of Remote Sensing, 23: 4519-4523.
- SHANNON C., 1948 – *A mathematical theory of communication*. Bell Systems Technical Journal, 27: 379-423.
- WANG F., 1990 – *Improving remote sensing image analysis through fuzzy information representation*. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, 56: 1163-1169.
- WANG F., HALL G.B., 1996 – *Fuzzy representation of geographical boundaries in GIS*. International Journal of Geographical Information Systems, 10: 573-590.
- WOODCOCK C.E., GOPAL S., ALBERT W., 1996 – *Evaluation of the potential for providing secondary labels in vegetation maps*. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, 62: 393-399.
- YAGER R.R., 1982 – *Measuring tranquillity and anxiety in decision making: An application of fuzzy sets*. International Journal of General Systems, 8: 139-146.
- YAGER, R.R., 1992 – *On the specificity of a possibility distribution*. Fuzzy Sets and Systems, 50: 279-292.
- ZADEH L., 1965 – *Fuzzy sets*. Information and Control, 8: 338-353.
- ZHANG J., KIRBY R.P., 1999 – *Alternative criteria for defining fuzzy boundaries based on fuzzy classification of aerial photographs and satellite images*. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, 65: 1379-1387.